

Paper Type: Original Article



Practical Strategies for Government-Central Bank Cooperation in Resolving Debt Crises

Behzad Shahbaie^{1,*}, Alireza Bahiraie², Ali Arshadi¹

¹Head of the Integration Group, Mazandaran Province Management and Planning Organization; bshahbaee@semnan.ac.ir.

²Department of Mathematics, Faculty of Statistics, Mathematics and Computer Science, Semnan University, Semnan, Iran; alireza.bahiraie@semnan.ac.ir.

³Monetary and Banking Research Institute, Central Bank of the Islamic Republic of Iran; a.arshadi@mbi.ac.ir.

Citation:



Shahbai, B., Bahiraie, A., & Arshadi, A. (2026). Practical strategies for government-central bank cooperation in resolving debt crises. *Financial and Banking Strategic Studies*, 4(1), 109-130.

Received: 01/11/2025

Reviewed: 29/11/2025

Revised: 14/01/2026

Accepted: 12/03/2026

Abstract

Purpose: The purpose of this paper is to examine the interaction between the government and the central bank in stabilizing public debt using a non-cooperative differential game, with government expenditure and tax revenue modeled both independently and as interdependent fiscal variables.

Methodology: A non-cooperative open-loop differential game is developed based on an extended Tabellini framework. Two fiscal-policy structures are modeled and their equilibrium outcomes are evaluated through numerical simulation calibrated for the Iranian economy.

Findings: The results show that modeling government expenditure and tax revenue as interdependent variables reduces the equilibrium public debt from 0.173 to 0.160, the monetary base from 0.075 to 0.062, and the fiscal deficit from 0.080 to 0.067. The convergence rate is 0.307 in the interdependent structure, compared with 0.378 when the fiscal variables are modeled independently.

Originality/Value: The originality of this paper lies in separating government expenditure and tax revenue as independent control variables and comparing this structure with an interdependent fiscal-deficit formulation within a differential-game framework. The findings highlight the importance of coordinated fiscal-policy design for public debt stability.

Keywords: Central bank, Differential game, Fiscal deficit, Public debt, Tax revenue.



Corresponding Author: bshahbaee@semnan.ac.ir



10.22105/fbs.2026.252306



Licensee: **Financial and Banking Strategic Studies**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).

ارایه راهکار عملی تعامل دولت و بانک مرکزی در حل بحران بدهی

بهزاد شاه‌بایی^۱، علیرضا بحیرایی^۲، علی ارشدی^۳

^۱مدیر گروه تلفیق، سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی، مازندران، ایران.

^۲گروه ریاضی، دانشکده آمار، ریاضی و علوم کامپیوتر، سمنان، ایران.

^۳پژوهشکده پولی و بانکی، بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، تهران، ایران.

چکیده

هدف: هدف این مقاله بررسی تعامل دولت و بانک مرکزی در تثبیت بدهی عمومی با استفاده از بازی دیفرانسیلی غیرهمکارانه است؛ به گونه‌ای که مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی هم به صورت مستقل و هم به صورت متغیرهای مالی وابسته مدل‌سازی می‌شوند.

روش‌شناسی پژوهش: یک بازی دیفرانسیلی غیرهمکارانه با اطلاعات حلقه باز، بر اساس چارچوب توسعه یافته تابلینی تدوین شد. دو ساختار سیاست مالی مدل‌سازی و نتایج تعادلی آنها با استفاده از شبیه‌سازی عددی و با کالیبراسیون برای اقتصاد ایران ارزیابی شدند.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد که مدل‌سازی مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی به صورت وابسته، بدهی عمومی تعادلی را از ۰/۱۷۳ به ۰/۱۶۰، پایه پولی را از ۰/۰۷۵ به ۰/۰۶۲ و کسری مالی را از ۰/۰۸۰ به ۰/۰۶۷ کاهش می‌دهد. نرخ همگرایی در ساختار وابسته ۰/۳۰۷ و در ساختار مستقل ۰/۳۷۸ است.

اصالت/ارزش افزوده علمی: اصالت این مقاله در تفکیک مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی به عنوان متغیرهای کنترلی مستقل و مقایسه آن با ساختار وابسته کسری مالی در چارچوب بازی دیفرانسیلی است. یافته‌ها اهمیت طراحی هماهنگ سیاست مالی برای ثبات بدهی عمومی را نشان می‌دهند.

کلیدواژه‌ها: بانک مرکزی، بازی دیفرانسیلی، بدهی عمومی، درآمد مالیاتی، کسری مالی.

۱- مقدمه

دستیابی به رشد اقتصادی پایدار، کنترل تورم و حفظ ثبات مالی از مهم‌ترین اهداف سیاست‌گذاران اقتصادی است. تحقق این اهداف مستلزم هماهنگی میان سیاست‌های مالی دولت و سیاست‌های پولی بانک مرکزی است. دولت از طریق مخارج عمومی و درآمدهای مالیاتی بر فعالیت‌های اقتصادی اثر می‌گذارد، در حالی که بانک مرکزی با استفاده از ابزارهای پولی در پی کنترل نقدینگی و حفظ ثبات قیمت‌ها است. با این حال، تفاوت در هدف‌ها و محدودیت‌های نهادهای این دو نهاد می‌تواند به بروز تعارض‌های سیاستی و کاهش اثربخشی سیاست‌های اقتصادی منجر شود. یکی از مهم‌ترین متغیرهایی که تحت تاثیر تعامل سیاست‌های مالی و پولی قرار دارد، بدهی عمومی است. سطح بدهی عمومی نه تنها بازتاب تصمیمات مالی دولت در زمینه مخارج و مالیات‌ها است، بلکه به واکنش بانک مرکزی در قبال تامین مالی کسری بودجه نیز وابسته است. از این رو، نحوه تعامل دولت و بانک مرکزی نقش تعیین‌کننده‌ای در پایداری مالی و ثبات اقتصاد کلان دارد.

برای تحلیل این تعامل، نظریه بازی‌های دیفرانسیلی چارچوبی مناسب برای بررسی رفتار راهبردی سیاست‌گذاران در طول زمان فراهم می‌کند. در این رویکرد، هر نهاد با توجه به اهداف و محدودیت‌های خود تصمیم‌گیری می‌کند و نتایج حاصل به واکنش سایر سیاست‌گذاران نیز وابسته است.

مطالعات پیشین نشان داده‌اند که این چارچوب می‌تواند ابزار موثری برای تحلیل پایداری مالی، کنترل کسری بودجه و مدیریت بدهی عمومی باشد [1-3].

اهمیت این موضوع در اقتصاد ایران دوچندان است. طی سال‌های اخیر، بدهی عمومی تحت تاثیر ناترازی‌های بودجه‌ای، کاهش درآمدهای نفتی و محدودیت منابع مالی دولت روندی افزایشی داشته است. در چنین شرایطی، استفاده از ابزارهایی مانند انتشار اوراق بدهی و منابع شبکه بانکی برای تامین کسری بودجه، پیوند میان سیاست‌های مالی و پولی را تقویت کرده و آثار قابل توجهی بر متغیرهایی نظیر پایه پولی، نقدینگی و تورم بر جای گذاشته است. از این رو، مدیریت بدهی عمومی و هماهنگی میان دولت و بانک مرکزی به یکی از چالش‌های مهم سیاست‌گذاری اقتصادی در ایران تبدیل شده است [4-7].

بر این اساس، پژوهش حاضر با استفاده از یک مدل بازی دیفرانسیلی غیرهمکارانه، تعامل دولت و بانک مرکزی را در تعیین متغیرهای کلیدی اقتصاد کلان بررسی می‌کند. وجه تمایز این پژوهش آن است که مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی به صورت مجزا وارد مدل شده‌اند تا آثار هر یک بر پویایی بدهی عمومی به طور دقیق‌تر تحلیل شود. همچنین، ساختارهای مختلف ارتباط میان این دو ابزار مالی مورد بررسی قرار می‌گیرد تا نقش آن‌ها در پایداری مالی و تعادل اقتصاد کلان ارزیابی شود.

۲- پیشینه پژوهش

در سال‌های اخیر، تلاش‌های زیادی برای درک بهتر تعامل میان سیاست‌های پولی و مالی صورت گرفته است. این مطالعات با بهره‌گیری از مدل‌های نظری و تجربی، به بررسی آثار این تعامل بر متغیرهای کلان اقتصادی و شرایط مطلوب برای هماهنگی بین سیاست‌گذاران پرداخته‌اند. از جمله آثار پیشگام در این زمینه می‌توان به مطالعه تابلینی [1] اشاره کرد که چارچوبی برای تحلیل بازی میان دولت و بانک مرکزی ارائه داد. آلسینا و تابلینی [8] با افزودن نقش بخش خصوصی، نشان دادند که حتی با وجود قواعد سخت‌گیرانه پولی، فقدان هماهنگی سیاستی می‌تواند مانع بهبود رفاه اجتماعی شود. پتیت [2] نیز با استفاده از نظریه بازی‌های دیفرانسیلی، اثر سناریوهای همکاری و عدم همکاری بر ثبات اقتصادی را تحلیل کرد.

در ادامه، ون آرل و همکاران [9] تاکید کردند که میزان استقلال بانک مرکزی و سطح محافظه‌کاری مقامات سیاست‌گذار، اثر قابل توجهی بر تعادل پولی و مالی دارد. ون دن بروک [10] نیز با معرفی مدل بازی تثبیت بدهی در افق زمانی بلندمدت، اهمیت برنامه‌ریزی میان‌مدت برای حفظ پایداری بدهی را برجسته کرد. در سطح کاربردی، انجوردا و همکاران [11]، [12] با استفاده از مدل تابلینی و شبیه‌سازی در اقتصاد ایران، نشان دادند که رویکردهای همکارانه منجر به کاهش بدهی تعادلی، سرعت همگرایی بالاتر و کاهش نیاز به خلق پول می‌شوند. همچنین، در شرایط ناپایمانی، رفتار ریسک‌گریز سیاست‌گذاران موجب تثبیت بدهی در سطوح پایین‌تر می‌گردد.

محمودی‌نیا و همکاران [13] با استفاده از مدل استکلبرگ در اقتصاد ایران نشان دادند که در بازی‌های با اطلاعات حلقه باز، سرعت همگرایی بیشتر و در بازی‌های بازخوردی، سطح بدهی عمومی در حالت پایدار، پایین‌تر است. آنولویس و همکاران [14] نقش حق بیمه ریسک را به عنوان سازوکار انضباطی بازار در بازی بین سیاست‌گذاران تحلیل کردند و نشان دادند که نوع استراتژی (همکارانه یا غیرهمکارانه) بر ثبات مالی اثرگذار است. ماورودیمیتراکیس [15] در زمینه اتحادیه‌های پولی، دو رویکرد بانک‌محور و بازارمحور برای تثبیت بدهی را مقایسه کرد و نشان داد هر دو می‌توانند در بهبود سطح بدهی موثر باشند. در مطالعات تجربی، نگیون و لونگ [4] بر اساس داده‌های ۲۷ کشور در حال گذار، تاکید کردند که ضعف کنترل فساد با افزایش بدهی عمومی مرتبط است، در حالی که بهبود شاخص‌های نهادی به کاهش آن کمک می‌کند. نیکویی‌نژاد و همکاران [5] با استفاده از معادلات تصادفی، اثر نوسانات درآمدی را بر پایداری سیاست‌های مالی بررسی کردند و نشان دادند که حتی در شرایط عدم قطعیت نیز، هماهنگی سیاستی می‌تواند به تثبیت بدهی منجر شود.

لی و همکاران [16] با استفاده از مدل LQG ، امکان یافتن راه‌حل‌های بهینه برای تعاملات استکلبرگی را اثبات کردند. چافوه و همکاران [17] هشدار دادند که در صورت ناهماهنگی سیاست‌ها، بانک مرکزی ممکن است ناگزیر به اجرای قواعد پولی منفعل شود، که اثربخشی سیاست پولی را کاهش می‌دهد. استاوسکا و همکاران [18] نشان دادند که در نبود همکاری میان دولت و بانک مرکزی، اثرگذاری سیاست مالی کاهش یافته و بانک مرکزی نقش غالب‌تری در تعیین تعادل ایفا می‌کند. بیانچی و کولیبالی [19] در سطح بین‌المللی، به تاثیر نبود هماهنگی در تعیین نرخ بهره میان بانک‌های

مرکزی پرداختند و دریافتند که در مواجهه با شوک‌های شدید، ناهماهنگی می‌تواند به انحراف‌های معنادار از سطح بهینه نرخ بهره منجر شود. چی‌بی و همکاران [3] در مطالعه‌ای بر اقتصاد الجزایر، سه الگوی تعاملی مختلف را مقایسه کردند و نشان دادند که راه‌حل تعاونی در کاهش زیان رفاهی و بهبود پاسخ به شوک‌های اقتصادی عملکرد بهتری دارد. جکسون و جکسون [20] نیز در تحلیل پایداری بدهی در اقتصادهای پسا رشد، بر لزوم هماهنگی و انعطاف‌پذیری سیاست‌های مالی و پولی برای حفظ پایداری مالی تأکید کرده‌اند.

به‌طور کلی، یافته‌های این مطالعات بر اهمیت تعامل و هماهنگی موثر میان نهادهای مالی و پولی، نقش کیفیت نهادی، پیامدهای حق بیمه ریسک، و آثار عدم قطعیت بر سیاست‌گذاری تأکید دارند. این ادبیات نه تنها چارچوب نظری لازم برای درک پویایی سیاست‌های اقتصادی را فراهم می‌آورد، بلکه برای سیاست‌گذاران نیز راهنمایی عملی در جهت دستیابی به ترکیب بهینه سیاست‌ها در شرایط پیچیده اقتصادی به شمار می‌رود.

این مقاله با تکیه بر چارچوب نظری بازی‌های دیفرانسیلی، که نخستین بار توسط تابلینی [1] ارایه شد، به بررسی تعارض میان سیاست‌های مالی و پولی در بستر محدودیت‌های بودجه‌ای دولت می‌پردازد. برخلاف مدل‌های سنتی که تنها از کسری بودجه استفاده می‌کنند، در این پژوهش مخارج دولت و درآمد مالیاتی به صورت دو متغیر کنترلی مستقل وارد مدل شده‌اند. این رویکرد امکان تحلیل دقیق‌تری از اثرگذاری ترکیب سیاست‌های مالی و پولی بر تثبیت بدهی عمومی فراهم می‌آورد.

نوآوری اصلی این پژوهش، در مقایسه دو رویکرد مدل‌سازی سیاست مالی نهفته است: در یک سناریو، درآمد و مخارج به صورت مستقل از یکدیگر وارد مدل می‌شوند؛ در سناریوی دیگر، این دو متغیر با یکدیگر در قالب کسری بودجه مرتبط هستند. این دو ساختار در قالب یک بازی دیفرانسیلی غیرهمکارانه با اطلاعات حلقه باز تحلیل شده و تأثیر آن‌ها بر سطح تعادلی بدهی، پایه پولی و کسری مالی مقایسه می‌شود. به‌طور کلی، مطالعه حاضر با بهره‌گیری از نظریه بازی‌های دیفرانسیلی، پیوندهای اقتصاد پولی و مالی عمومی را در بستری دقیق مدل‌سازی کرده و نشان می‌دهد که هماهنگی یا ناهماهنگی سیاست‌ها چگونه می‌تواند نتایج کلان اقتصاد را شکل دهد. تحلیل‌های ارایه‌شده در این پژوهش، علاوه بر غنای نظری، می‌تواند برای طراحی سیاست‌های اقتصادی در کشورهایی مانند ایران که با چالش‌های بدهی عمومی، تورم مزمن و شکاف میان سیاست‌گذاران روبه‌رو هستند، راهگشا باشد.

۳- مدل بازی دیفرانسیلی در تثبیت بدهی دولت

دو نهاد کلیدی یعنی دولت و بانک مرکزی، نقش تعیین‌کننده‌ای در مدیریت و تثبیت سطح بدهی عمومی ایفا می‌کنند. بانک مرکزی به عنوان متولی سیاست پولی، ابزارهایی نظیر کنترل تورم، تنظیم نرخ بهره و حفظ ثبات مالی را در اختیار دارد. از سوی دیگر، دولت از طریق سیاست‌های مالی، به‌ویژه مدیریت هزینه‌ها و درآمدهای مالیاتی، می‌تواند تأثیر مستقیمی بر روند انباشت یا کاهش بدهی عمومی بگذارد. با توجه به ماهیت به هم پیوسته سیاست‌های پولی و مالی، هم‌سویی و هماهنگی این دو حوزه برای تحقق پایداری مالی ضروری است. در این راستا، محدودیت پویای بودجه دولت به عنوان یک رابطه بنیادی، نقش پیونددهنده میان متغیرهای کلیدی اقتصاد کلان را ایفا می‌کند. این محدودیت که به شکل یک معادله پویا بیان می‌شود، ارتباط میان کسری اولیه بودجه به صورت $f(t)$ ، پایه پولی به صورت $m(t)$ ، پرداخت بهره بدهی به صورت $rd(t)$ و نرخ تغییر بدهی عمومی به صورت $\dot{d}$ (که در آن نقطه نشان‌دهنده مشتق زمانی است) را مشخص می‌سازد.

$$\dot{d} = rd(t) + f(t) - m(t). \quad d(0) = d_0. \quad (1)$$

در این معادله، متغیرهای $f(t)$ ، $d(t)$ و $m(t)$ به صورت نسبی از تولید ناخالص داخلی^۱ بیان می‌شوند. همچنین، r نشان‌دهنده تفاضل میان نرخ بهره بدهی پرداخت نشده دولت و نرخ رشد اقتصادی است. در این چارچوب، فرض بر آن است که r یک متغیر برون‌زا بوده و مستقل از سطح بدهی دولت عمل می‌کند.

¹ Gross domestic product

برای دستیابی به پایداری بدهی عمومی، دو راهکار اصلی مطرح است: کاهش کسری بودجه از طریق سیاست‌های مالی انقباضی و افزایش پایه پولی از طریق سیاست‌های پولی انبساطی. با این حال، دنبال کردن هم‌زمان اهدافی مانند کنترل تورم، تثبیت بدهی عمومی و بهبود وضعیت مالی دولت، می‌تواند به تعارض میان این سیاست‌ها منجر شود. برای بررسی این تعامل، از نسخه توسعه‌یافته مدل تابلینی استفاده می‌شود. نوآوری این پژوهش در آن است که مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی به صورت دو متغیر مجزا، و نه در قالب یک متغیر کسری مالی، وارد مدل شده‌اند. این رویکرد امکان بررسی دقیق‌تر نقش هر یک از ابزارهای سیاست مالی و ارایه توصیه‌های سیاستی مناسب‌تر را فراهم می‌کند.

$$\dot{d} = rd(t) + G(t) - T(t) - m(t), \quad d(0) = d_0, \quad (2)$$

که در آن $G(t)$ هزینه‌های دولت و $T(t)$ درآمد مالیاتی را نشان می‌دهد و همچنین با توجه به وجود کسری بودجه فرض می‌کنیم $G(t) > T(t)$.

در بازی دیفرانسیلی بین دولت و بانک مرکزی، متغیرهای کنترل هزینه‌های دولت و درآمدهای مالیاتی، نقش محوری در تصمیم‌گیری‌های دولت ایفا می‌کنند. با استفاده از این ابزارها، دولت می‌تواند به طور فعال به دنبال تنظیم سیاست‌های مالی خود باشد. به این ترتیب، دولت می‌تواند با اتخاذ یک رویکرد پویا و مبتنی بر مدل‌سازی، به بهینه‌سازی ترکیب این متغیرها و در نتیجه بهبود عملکرد اقتصاد کمک کند. در تحلیل بازی دیفرانسیلی میان دولت و بانک مرکزی، دو متغیر کنترلی مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی، نقش کلیدی در فرآیند تصمیم‌گیری دولت ایفا می‌کنند. دولت با بهره‌گیری از این ابزارها، می‌تواند به صورت فعال در جهت تدوین و تنظیم سیاست‌های مالی پویا اقدام نماید. در واقع، استفاده از یک چارچوب مدل‌محور به دولت این امکان را می‌دهد که ترکیب بهینه‌ای از هزینه‌ها و درآمدهای مالیاتی را برای دستیابی به اهداف اقتصادی بلندمدت اتخاذ کند و در نتیجه، به بهبود عملکرد کلی اقتصاد دست یابد.

انتخاب این دو متغیر کنترلی به جای استفاده از متغیر تجمیعی کسری مالی، دارای مزایای متعددی است، ۱- این تفکیک، دولت را قادر می‌سازد به صورت دقیق‌تری مسیر دستیابی به اهداف خود را پیگیری کند و در عین حال، ریسک بروز خطاهای ناشی از پیش‌بینی ناپذیری شرایط اقتصادی را کاهش دهد، و ۲- این رویکرد امکان تحلیل دقیق‌تری از رابطه پویا و متقابل بین اجزای سیاست مالی را فراهم کرده و زمینه را برای اعمال تعدیلات هم‌زمان در هر دو متغیر فراهم می‌آورد. از این رو، مدل‌سازی مجزای مخارج و درآمدهای مالیاتی، به درک عمیق‌تری از سازوکارهای سیاست مالی و افزایش کارایی آن در محیط‌های اقتصادی پویا منجر می‌شود.

در این مطالعه، سناریوهایی که منجر به انباشت کنترل‌نشده بدهی و نقض شرط عدم وجود بازی پونزی^۱ می‌شوند، حذف می‌گردند. به منظور تضمین پایداری مالی در بلندمدت، فرض بر آن است که سطح بدهی دولت دارای یک حد ثابت و محدود است. بر این اساس، شرط بازی بدون پونزی برقرار خواهد بود، شرطی که نقش کلیدی در جلوگیری از رشد بی‌رویه بدهی ایفا می‌کند. برقراری این شرط به این معناست که ارزش فعلی (تنزیلی) بدهی دولت، با گذشت زمان و در حالی که افق زمانی به سوی بی‌نهایت میل می‌کند، باید به صفر نزدیک شود. این شرط از انباشته شدن نامحدود بدهی در طول زمان جلوگیری کرده و از منظر تئوریک، شرط لازم برای پایداری بین‌نسلی سیاست‌های مالی را فراهم می‌آورد.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d(t)e^{-rt} = 0. \quad (3)$$

فرض بر آن است که بازیگران (دولت و بانک مرکزی) از استراتژی‌هایی بهره می‌برند که در بلندمدت به تعادل یا حالت پایدار همگرا می‌شوند و در نتیجه، سطح بدهی دولت را در حدودی معقول و پایدار حفظ می‌کنند. هدف اصلی در این چارچوب، به حداقل رساندن توابع زیان هر یک از بازیگران در طول زمان است. برای دستیابی به این هدف، مجموعه‌ای از توابع کنترل مجاز، به صورت توابع انتگرال‌پذیر مربعی محلی در نظر گرفته می‌شوند. این دسته از توابع، انعطاف‌پذیری لازم را برای تنظیم تدریجی استراتژی‌های بازیکنان فراهم می‌آورند، به گونه‌ای که مسیر حرکت متغیرهای کنترلی به سمت تعادل مطلوب هدایت شده و پایداری بلندمدت در سیاست‌های مالی و پولی تضمین شود.

$$U = \{G(\cdot), T(\cdot), m(\cdot) \in L_{2,loc} | \lim_{t \rightarrow \infty} d(t) = d^e, \lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = G^e, \lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = T^e, \lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = m^e\},$$

¹ No-ponzi

که در آن G^e, T^e, m^e و d^e به ترتیب سطوح بلند مدت تعادلی (حالت پایدار) متغیرهای کنترلی سیاست‌گذار مالی (درآمد مالیاتی و مخارج دولت)، متغیر کنترلی سیاست‌گذار پولی (پایه پولی) و بدهی عمومی را نشان می‌دهند.

دو رویکرد برای جایگزین کردن متغیرهای G و T در معادله حالت سیستم وجود دارد:

۱. رویکرد اول دو متغیر کنترلی، G و T ، مستقل از یکدیگر در معادله حالت قرار می‌گیرند.
۲. رویکرد دوم برای حل این مساله، استفاده از دو متغیر کنترلی به‌عنوان متغیرهای وابسته به جای کسری مالی (تابع f) در معادله است $(f(t) = G(t) - T(t))$.

در این پژوهش، دو رویکرد برای مدل‌سازی سیاست مالی در نظر گرفته شده است. در رویکرد نخست، مخارج دولت (G) و درآمدهای مالیاتی (T) به‌عنوان دو متغیر مستقل وارد مدل می‌شوند و اثر هر یک بر پویایی اقتصاد به‌صورت جداگانه بررسی می‌شود. این رویکرد امکان تحلیل دقیق‌تر نقش هر ابزار سیاست مالی را فراهم می‌کند. در رویکرد دوم، مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی به‌صورت وابسته و هم‌زمان در معادله حالت وارد می‌شوند تا تعامل میان آن‌ها در تعیین وضعیت مالی دولت مورد بررسی قرار گیرد. این چارچوب امکان ارزیابی و بهینه‌سازی مشترک دو ابزار سیاست مالی و تحلیل آثار آن‌ها بر پایداری بدهی عمومی را فراهم می‌سازد.

به‌طور کلی، رویکرد اول بر آثار مستقل هر یک از ابزارهای مالی تمرکز دارد، در حالی که رویکرد دوم بر تعامل و هماهنگی میان آن‌ها تاکید می‌کند.

۱-۳- استقلال متغیرهای کنترلی سیاست‌گذار مالی (مخارج دولت و درآمد مالیاتی) در مدل

در این بخش متغیرهای کنترلی سیاست‌گذار مالی (دولت) که شامل مخارج دولت و درآمد مالیاتی می‌باشد به صورت مستقل در معادله حالت قرار می‌گیرند.

معادله وضعیت (حالت) بدهی عمومی دولت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{d} = rd(t) + G(t) - T(t) - m(t), \quad d(0) = d_0. \quad (4)$$

سیاست‌گذار مالی، که به‌عنوان خزانه‌داری کل نیز شناخته می‌شود، دارای یک تابع زیان بین‌زمانی است، که مشروط به پویایی مخارج دولت، درآمد مالیاتی، انتشار پول، و بدهی عمومی است.

$$L_{G,T} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{ (G(t) - \bar{G})^2 + (T(t) - \bar{T})^2 + \varphi(m(t) - \bar{m})^2 + \tau(d(t) - \bar{d})^2 \} e^{-\rho t} dt. \quad (5)$$

مقامات مالی به‌منظور کمینه‌سازی تابع زیان بین‌زمانی، از استراتژی‌هایی بهره می‌برند که هدف اصلی آن‌ها کنترل کسری‌های اولیه بودجه است. این استراتژی‌ها مبتنی بر مجموعه‌ای از ملاحظات کلیدی هستند که چارچوب تصمیم‌گیری دولت را شکل می‌دهند:

۱. محدودیت پویای بودجه دولت: این محدودیت، که با معادله (۴) نمایش داده می‌شود، سقف کسری قابل تحمل در هر بازه زمانی را مشخص می‌کند و از طریق آن، پایداری جریان‌های مالی دولت در طول زمان تضمین می‌شود.
۲. شرایط عرضی^۱: شرایطی که با معادله (۳) نشان داده شده و برای اطمینان از پایداری بلندمدت اقتصادی و جلوگیری از انباشت بی‌رویه بدهی ضروری است.
۳. موجودی اولیه بدهی عمومی: این مقدار، که با $d(0)$ نمایش داده می‌شود، نشان‌دهنده سطح بدهی انباشته دولت در ابتدای دوره تحلیل است و نقطه شروع فرآیند بهینه‌سازی را تعیین می‌کند.

¹ Transversality condition

در این چارچوب، متغیرهای $\bar{m}$ ، $\bar{G}$ و $\bar{T}$ به ترتیب نمایانگر مقادیر هدف پایه پولی، مخارج دولت، درآمد مالیاتی، و رشد بدهی دولت هستند. این مقادیر که اغلب به عنوان «نقاط سعادت»^۱ شناخته می‌شوند، معرف مقادیر بهینه‌ای هستند که نظام نهادی و چارچوب‌های سیاست‌گذاری برای دستیابی به تعادل اقتصادی در نظر می‌گیرند. علاوه بر این، نرخ ترجیح زمانی ذهنی سیاست‌گذار، که با ρ نشان داده می‌شود، در وزن‌دهی به زیان‌های فعلی در مقابل زیان‌های آتی نقشی اساسی دارد و بازتاب‌دهنده دیدگاه سیاست‌گذار نسبت به توازن بین هزینه‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت است. همچنین، پارامترهای φ و τ به ترتیب وزن‌های نسبی سیاست مالی برای انتشار پول (به وسیله بانک مرکزی) و مدیریت بدهی عمومی را مشخص می‌کنند. این ضرایب، نقش تصمیم‌گیری مالی را در تخصیص ابزارهای مختلف سیاست‌گذاری مشخص می‌سازند.

اهداف مقامات مالی در زمینه مخارج عمومی غیربهره‌ای و نرخ مالیات، در قالب کسری بودجه اولیه نمود می‌یابد. این کسری بیانگر تفاوت میان هزینه‌های دولت (غیر از پرداخت سود بدهی) و درآمدهای مالیاتی آن است. هدف اصلی سیاست‌گذاران از تعیین سطح مناسب کسری اولیه، بهینه‌سازی سطح مخارج عمومی با توجه به محدودیت‌های درآمدی موجود است. به عبارتی، در پی آن هستند که با حداکثر استفاده از منابع مالی قابل‌دسترس، کارآمدترین ترکیب از مخارج را رقم بزنند. از سوی دیگر، سیاست‌گذاران باید نرخ مالیاتی بهینه‌ای را تعیین کنند که علاوه بر تامین منابع مالی مورد نیاز دولت، اثر منفی قابل‌توجهی بر رشد اقتصادی نداشته باشد. این به معنای تعیین نسبت مالیات به تولید ناخالص داخلی^۲ در سطحی است که هم کارایی مالی را حفظ کرده و هم موجب ایجاد اختلال در فعالیت‌های اقتصادی نشود.

در این مدل، بدهی دولت به عنوان یکی از متغیرهای مهم در تابع زیان سیاست‌گذار در نظر گرفته می‌شود. افزایش بدهی عمومی معمولاً به افزایش مالیات‌های آینده، کاهش مصرف خصوصی و تضعیف رشد اقتصادی منجر می‌شود. همچنین، سطوح بالای بدهی دولت را ناگزیر به تعدیل مکرر مالیات‌ها در واکنش به تغییرات نرخ بهره و رشد اقتصادی می‌کند که می‌تواند ثبات اقتصاد کلان را کاهش دهد. افزون بر این، در صورت برقرار نبودن برابری ریکاردی، انباشت بیش از حد بدهی ممکن است موجب کاهش سرمایه‌گذاری بخش خصوصی و انتقال بار مالی به نسل‌های آینده شود. از این رو، مدیریت محتاطانه کسری بودجه و بدهی عمومی برای حفظ پایداری مالی، ثبات اقتصادی و عدالت بین‌نسلی ضروری است. در سیاست پولی، بانک مرکزی نرخ رشد پول پایه را طوری تنظیم می‌کند که تابع زیان آن به حداقل برسد؛ تابعی که نشان دهنده اهداف و اولویت‌های بانک مرکزی است. این تابع معمولاً شامل شاخص‌هایی مانند تورم، رشد تولید و نرخ بهره می‌شود.

$$L_m = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ (m(t) - \bar{m})^2 + \eta(T(t) - \bar{T})^2 + \eta(G(t) - \bar{G})^2 + \theta(d(t) - \bar{d})^2 \} e^{-\rho t} dt. \quad (6)$$

در این مدل، معکوس پارامتر θ بیانگر میزان اولویت بانک مرکزی به ثبات قیمت‌ها است؛ به گونه‌ای که افزایش آن نشان‌دهنده تمرکز بیشتر بر کنترل تورم بوده و در حالت حدی $\theta=0$ ، بانک مرکزی صرفاً هدف ثبات قیمت‌ها را دنبال می‌کند. همچنین، شکاف میان نیازهای مالی دولت و پایه پولی هدف، بیانگر میزان ناهماهنگی سیاست‌های مالی و پولی است که می‌تواند به افزایش بدهی عمومی منجر شود. افزون بر این، تفاوت بین نرخ ترجیح زمانی سیاست‌گذار (ρ) و نرخ بهره خالص (r) در روند انباشت بدهی نقش مهمی دارد؛ به طوری که در شرایط $\rho \geq r$ ، احتمال افزایش مستمر بدهی بیشتر می‌شود. در این چارچوب، پارامترهای τ و θ نشان‌دهنده نحوه تقسیم مسئولیت تثبیت بدهی میان دولت و بانک مرکزی هستند. مقادیر بالای θ و پایین τ حاکی از اتکای بیشتر دولت به تامین مالی پولی است، در حالی که مقادیر پایین هر دو پارامتر نشان‌دهنده ضعف اراده سیاستی برای تثبیت بدهی و انتقال بار آن به آینده است.

۱-۱-۳- حل بازی دیفرانسیلی

در این بخش، تعامل دولت و بانک مرکزی در قالب یک بازی غیرهمکارانه با ساختار اطلاعاتی حلقه باز بررسی می‌شود. در این چارچوب، هر دو نهاد به صورت مستقل و همزمان سیاست‌های خود را تعیین می‌کنند؛ به گونه‌ای که بانک مرکزی بر ثبات قیمت‌ها و دولت بر مدیریت بدهی عمومی تمرکز دارد. نتیجه نهایی از تعامل این تصمیمات مستقل حاصل می‌شود، بدون آنکه هماهنگی مستقیمی میان دو نهاد وجود داشته باشد. سادگی

¹ Bliss points

² Gross Domestic Product (GDP)

مدل و عدم نیاز به همکاری مستقیم، رویکرد حلقه باز را به چارچوبی مناسب برای تحلیل پویایی بدهی عمومی تبدیل می‌کند. با توجه به این مفروضات، در ادامه تعادل این اقتصاد بررسی می‌شود.

اولا سیاست گذار پولی، تابع هدف خود معادله (۶) را با توجه به محدودیت بودجه معادله (۴) به حداقل می‌رساند. تابع همیلتونی^۱ برای این معادله به صورت زیر بیان می‌شود.

$$H_m = \frac{1}{2} [\eta(G(t) - \bar{G})^2 + \eta(T(t) - \bar{T})^2 + (m(t) - \bar{m})^2 + \theta(d(t) - \bar{d})^2] e^{-\rho t} + \lambda_1(t)[rd(t) + G(t) - T(t) - m(t)]. \quad (۷)$$

در این معادلات، $\lambda_1(t)$ به عنوان متغیر کمکی همیلتونی تعریف می‌شود. با فرض $e^{\rho t} \lambda_1(t) = \mu_1(t)$ ، شرایط مرتبه اول این مساله بهینه‌سازی پویا برابر است با

$$\frac{\partial H}{\partial m} = 0 \rightarrow e^{-\rho t}(m(t) - \bar{m}) - \lambda_1(t) = 0 \rightarrow m(t) = \bar{m} + \mu_1(t). \quad (۸)$$

بر اساس قضیه اوایلر-لاگرانژ [21]، لزوماً یک مسیر $\lambda_1^*(t)$ وجود دارد که در معادله دیفرانسیل صدق می‌کند.

$$\dot{\lambda}_1(t) = \rho \lambda_1(t) - \frac{\partial H}{\partial d} \rightarrow \dot{\lambda}_1(t) = \rho \lambda_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d})e^{-\rho t} - r \lambda_1(t).$$

با ضرب دو طرف معادله فوق در $\lambda_1(t)$ و جایگزینی $e^{\rho t} \lambda_1(t) = \mu_1(t)$ ، معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر را به دست می‌آوریم. $\mu_1(t)$ را می‌توان به عنوان هزینه فرصت یا قیمت سایه تفسیر کرد که نشان‌دهنده هزینه اقتصادی ناشی از انحراف از سطوح مطلوب مخارج و درآمد است.

$$\dot{\mu}_1(t) = (\rho - r)\mu_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d}). \quad (۹)$$

معادلات ارایه شده شرط انتقال را برآورده می‌سازند. این به آن معنا است که نتایج حاصل از این معادلات مستقل از مسیر محاسباتی یا سیستم مختصات انتخاب شده بوده و در همه حالات یکسان خواهد بود. این ویژگی استقلال معادلات از سیستم مختصات را نشان می‌دهد و امکان تعمیم نتایج به تمامی شرایط ممکن (با فرض ساختار اطلاعاتی حلقه باز در بازی) را فراهم می‌آورد. از سوی دیگر، سیاست‌گذار مالی (دولت) با هدف حداقل سازی تابع زیان خود، در چارچوب محدودیت‌های بودجه‌ای (محدودیت (۴)) و تابع هدف (تابع (۵)) عمل می‌نماید. بر این اساس، مقدار همیلتونی برای سیاست‌گذار مالی توسط معادله زیر بیان می‌شود:

$$H_{G,T} = \frac{1}{2} [(G(t) - \bar{G})^2 + (T(t) - \bar{T})^2 + \varphi(m(t) - \bar{m})^2 + \tau(d(t) - \bar{d})^2] e^{-\rho t} + \lambda_2(t)[rd(t) + G(t) - T(t) - m(t)]. \quad (۱۰)$$

متغیر $\lambda_2(t)$ به عنوان متغیر کمکی همیلتونی در تابع همیلتونی سیاست گذار مالی (دولت)، در این معادله بیان شده است. با فرض $e^{\rho t} \lambda_2(t) = \mu_2(t)$ ، در این حالت شرط بهینه مرتبه اول و محدودیت مینیمم سازی به صورت زیر فرموله می‌شود.

$$\frac{\partial H_{G,T}}{\partial G} = 0 \rightarrow (G(t) - \bar{G})e^{-\rho t} + \lambda_2(t) = 0 \rightarrow G(t) = \bar{G} - \mu_2(t). \quad (۱۱)$$

$$\frac{\partial H_{G,T}}{\partial T} = 0 \rightarrow (T(t) - \bar{T})e^{-\rho t} - \lambda_2(t) = 0 \rightarrow T(t) = \bar{T} + \mu_2(t). \quad (۱۲)$$

با توجه به رابطه‌های (۱۱) و (۱۲) می‌توان نوشت:

$$G(t) - T(t) = -2\mu_2(t) + \bar{G} - \bar{T}, \quad (۱۳)$$

^۱ Hamiltonian function

که نشان‌دهنده کسری مالی دولت است.

مطابق معادله (۱۰) تا معادله (۱۲)، متغیرهای مخارج دولتی ($G(t)$) و درآمد مالیاتی ($T(t)$) در حالت تعادل، از یکدیگر مستقل هستند. این به آن معنا است که تغییرات در هر یک از این متغیرها، لزوماً به تغییرات در متغیر دیگر منجر نمی‌شود. با این حال، این استقلال به معنای عدم ارتباط بین این دو متغیر نیست. در واقع، هر دو متغیر به‌عنوان اجزای یک سیستم اقتصادی، به طور مشترک در تعیین تعادل کلی اقتصاد از جمله تثبیت بدهی عمومی نقش دارند. به عبارت دیگر، اگرچه معادلات تعادل برای مخارج دولت و درآمد مالیاتی به صورت جداگانه قابل بررسی هستند، اما در نهایت باید با یکدیگر و سایر معادلات سیستم اقتصادی سازگار باشند.

با توجه به قضیه اوپلر-لاگرانژ [21]:

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_2(t) &= \rho\lambda_2(t) - \frac{\partial H_{G,T}}{\partial d} \\ \rightarrow \dot{\lambda}_2(t) &= \rho\lambda_2(t) - \tau(d(t) - \bar{d})e^{-\rho t} - r\lambda_2(t) \\ \rightarrow \dot{\lambda}_2(t)e^{\rho t} &= \rho\lambda_2(t)e^{\rho t} - \tau(d(t) - \bar{d}) - re^{\rho t}\lambda_2(t).\end{aligned}$$

با فرض $e^{\rho t}\lambda_2(t) = \mu_2(t)$ می‌توانیم معادله دیفرانسیل زیر را بنویسیم:

$$\dot{\mu}_2(t) = (\rho - r)\mu_2(t) - \tau(d(t) - \bar{d}). \quad (14)$$

حال براساس معادله‌های (۸)، (۹)، (۱۱)، (۱۲) و (۱۴) شرط مرتبه اول و تابع کمینه‌سازی به صورت معادلات زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} G(t) = \bar{G} - \mu_2(t), T(t) = \bar{T} + \mu_2(t), \\ m(t) = \bar{m} + \mu_1(t), \\ \dot{\mu}_1(t) = (\rho - r)\mu_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d}), \\ \dot{\mu}_2(t) = (\rho - r)\mu_2(t) - \tau(d(t) - \bar{d}). \end{cases}$$

با جایگزین کردن $G(t)$ ، $T(t)$ و $m(t)$ در معادله (۴) دستگاه معادله دیفرانسیل مرتبه اول خطی زیر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \dot{d}(t) = rd(t) - 2\mu_2(t) - \mu_1(t) + \bar{G} - \bar{T} - \bar{m}, \\ \dot{\mu}_1(t) = (\rho - r)\mu_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d}), \\ \dot{\mu}_2(t) = (\rho - r)\mu_2(t) - \tau(d(t) - \bar{d}). \end{cases} \quad (15)$$

گزاره ۱- اگر $G^*, T^*, m^* \in U$ مجموعه‌ای از استراتژی‌های نش حلقه باز برای معادله‌های (۴) تا (۶) با $d(0) = d_0$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_1^*(t) = \mu_1^e$ ، $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_2^*(t) = \mu_2^e$ باشد، نتیجه می‌شود که یک مسیر برای بدهی $d^*(.)$ و متغیرهای کمکی هزینه $\mu_1^*(.)$ و $\mu_2^*(.)$ وجود دارد که دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی (۱۵) را برآورده می‌کنند.

حال باید دستگاه معادلات دیفرانسیل (۱۵) را حل کنیم. نمایش ماتریسی دستگاه به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \dot{d}(t) \\ \dot{\mu}_1(t) \\ \dot{\mu}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} r & -1 & -2 \\ -\theta & \rho - r & 0 \\ -\tau & 0 & \rho - r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d(t) \\ \mu_1(t) \\ \mu_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{G} - \bar{T} - \bar{m} \\ \theta \bar{d} \\ \tau \bar{d} \end{bmatrix}.$$

ما از قضیه زیر برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل استفاده می‌کنیم [13].

قضیه ۱- فرض کنید که ماتریس A به فرم $A = SDS^{-1}$ بوده و مقادیر ویژه آن d_1 و d_2 و $D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix}$ و $\sigma(d_2) \subset \mathbb{C}^+ d_1 < 0$. جواب دستگاه معادله دیفرانسیل $\begin{pmatrix} \dot{d}(t) \\ \dot{\mu}(t) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} d(t) \\ \mu(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ با $\begin{pmatrix} d(0) \\ \mu(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ \mu_0 \end{pmatrix}$ به صورت زیر می‌باشد:

$$d(t) = (d_0 + [I \ 0]A^{-1} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix})e^{d_1 t} - [I \ 0]A^{-1} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \mu(t) = \alpha e^{d_1 t} [0 \ I]S \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - [0 \ I]A^{-1} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix},$$

که در آن s_{11} ، α و μ_0 را می‌توان با استفاده از رابطه‌های زیر محاسبه کرد:

$$\mu_0 = \alpha [0 \ I](S \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - A^{-1} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}), \alpha = \frac{1}{s_{11}}(d_0 + [I \ 0]A^{-1} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}), s_{11} = [I \ 0]S \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

حال، با استفاده از **قضیه ۱**، سطح تعادل بدهی عمومی، مخارج دولت، درآمد مالیاتی و پایه پولی را به شرح زیر تعیین می‌گردد.

$$d^e(t) = \left(d_0 + \frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - 2\bar{d}\tau}{\beta_1} \right) e^{\beta_2 t} - \frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - 2\bar{d}\tau}{\beta_1}.$$

به طوری که مقادیر β_1 و β_2 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\beta_1 = r^2 - r\rho + \theta + 2\tau.$$

$$\beta_2 = \frac{\rho}{2} - \frac{\sqrt{\rho^2 - 4r\rho + 4r^2 + 8r + 4\theta}}{2}.$$

برای تعیین سطح تعادل پایه پولی در حالت پایدار ($m^e(t)$)، ابتدا تابع $\mu_1^e(t)$ را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آوریم.

$$\mu_1^e(t) = \alpha \frac{\theta}{\tau} e^{\beta_2 t} + \frac{\theta(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\beta_1} + \frac{\theta \bar{d}(r^2 - r\rho + 2\tau) - 2\theta \bar{d}\tau}{\beta_3}. \quad (۱۶)$$

که در آن مقادیر α و β_3 به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha = -\frac{1}{2\tau + \theta} \tau(\beta_2 - r) \left(d_0 + \frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - 2\bar{d}\tau}{\beta_1} \right).$$

$$\beta_3 = r^3 - 2r^2\rho + r\rho^2 + 2r\tau + \theta r - 2\tau\rho - \rho\theta.$$

در نتیجه، با استفاده از **رابطه‌های (۸)** و **(۱۶)** می‌توان رابطه تعادلی سیاست‌گذار پولی ($m^e(t)$) را نوشت:

$$m^e(t) = \bar{m} + \mu_1^e(t).$$

علاوه بر این، سطوح تعادلی مخارج دولت و درآمد مالیاتی را می‌توان با استفاده از معادله زیر به دست آورد:

$$\mu_2^e(t) = \alpha e^{\beta_2 t} + \frac{\tau(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\beta_1} + \frac{\bar{d}\tau(r^2 - r\rho + \theta) - \theta \bar{d}\tau}{\beta_3}. \quad (۱۷)$$

اکنون، با در نظر گرفتن معادله‌های **(۱۱)** و **(۱۲)** تابع تعادل برای مخارج دولت $G^e(t)$ و درآمد مالیاتی $T^e(t)$ بر اساس **رابطه (۱۷)** به دست می‌آید $T^e(t) = \bar{T} + \mu_2^e(t)$ ، $G^e(t) = \bar{G} - \mu_2^e(t)$. همچنین وقتی $t \rightarrow \infty$ مقدار تعادل برای هریک از متغیرها از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}\psi_d &= -\frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - 2\tau \bar{d}}{\beta_1}, \\ \psi_G &= \bar{G} - \left(\frac{\tau(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\beta_1} + \frac{\bar{d}\tau(r^2 - r\rho + \theta) - \theta \bar{d}\tau}{\beta_3} \right), \\ \psi_T &= \bar{T} + \left(\frac{\tau(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\beta_1} + \frac{\bar{d}\tau(r^2 - r\rho + \theta) - \theta \bar{d}\tau}{\beta_3} \right), \\ \psi_m &= \bar{m} + \left(\frac{\theta(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\beta_1} + \frac{\theta \bar{d}(r^2 - r\rho + 2\tau) - 2\theta \bar{d}\tau}{\beta_3} \right), \\ \psi_{(G-T)} &= -2 \left(\frac{\tau(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\beta_1} + \frac{\bar{d}\tau(r^2 - r\rho + \theta) - \theta \bar{d}\tau}{\beta_3} \right) + \bar{G} - \bar{T}.\end{aligned}$$

به ترتیب، ψ_d نشان دهنده نرخ پایدار بدهی عمومی، ψ_G نشان دهنده نرخ پایدار مخارج دولت، ψ_T نشان دهنده نرخ پایدار درآمد مالیاتی، ψ_m نشان دهنده نرخ پایه پولی و $\psi_{(G-T)}$ نشان دهنده نرخ پایدار کسری مالی است. همچنین β_2 سرعت همگرایی به سمت حالت پایداری یا تعادل می باشد.

۳-۲- وابستگی متغیرهای کنترل سیاست گذار مالی (مخارج دولت و درآمد مالیاتی) در مدل

در این بخش، متغیرهای کنترلی سیاست گذار مالی، شامل مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی، به صورت وابسته در معادله حالت وارد می شوند. در این رویکرد، به جای بررسی جداگانه این دو متغیر، تاثیر هم زمان آن ها بر بدهی عمومی و کسری مالی مورد ارزیابی قرار می گیرد. در نظر گرفتن وابستگی متقابل میان مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی، امکان تحلیل جامع تر سیاست های مالی و آثار آن ها بر پویایی بدهی عمومی را فراهم می کند. بر این اساس و با توجه به مفروضات بخش ۳-۱، حالتی بررسی می شود که در آن میان مخارج دولت $(G(t))$ و درآمدهای مالیاتی $(T(t))$ رابطه ای وابسته وجود دارد. در این شرایط، معادله حالت و توابع زیان بین زمانی سیاست گذار مالی و پولی به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\dot{d} = rd(t) + (G(t) - T(t)) - m(t). \quad d(0) = d_0. \quad (18)$$

در این مدل همان طور که بیان گردید $(f(t) = G(t) - T(t))$ نشان دهنده کسری مالی دولت است. سیاست گذار مالی (دولت) تابع زیان بین زمانی زیر را دارد:

$$L_f = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{ ((G(t) - \bar{G}) - (T(t) - \bar{T}))^2 + \varphi(m(t) - \bar{m})^2 + \tau(d(t) - \bar{d})^2 \} e^{-\rho t} dt, \quad (19)$$

که خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}L_f &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \{ (G(t) - \bar{G})^2 + (T(t) - \bar{T})^2 - 2(G(t) - \bar{G})(T(t) - \bar{T}) + \varphi(m(t) - \bar{m})^2 \\ &\quad + \tau(d(t) - \bar{d})^2 \} e^{-\rho t} dt.\end{aligned} \quad (20)$$

پارامترهای φ و τ نشان می دهند که سیاست گذار مالی تا چه اندازه به انتشار پول و بدهی عمومی به عنوان ابزارهای سیاستی اهمیت می دهد. به عبارت دیگر، این ضرایب ترکیب بهینه سیاستی را از نظر سیاست گذار مالی تعیین می کنند.

بر اساس هدف دستیابی به ثبات بدهی عمومی، سیاست گذار مالی ترجیح می دهد مخارج دولت $(G(t))$ از یک سطح مشخص $(\bar{G})$ کمتر و درآمدهای مالیاتی $(T(t))$ از یک سطح مشخص $(\bar{T})$ بیشتر باشد. این وضعیت را می توان به عنوان نقطه بهینه ترجیحات سیاست گذار در نظر گرفت. با گنجانیدن عبارت $(G(t) - \bar{G})(T(t) - \bar{T})$ در تابع زیان، سیاست گذار تشویق می شود تا به این نقطه نزدیک شود (با توجه به آن که در تابع زیان $(G(t) - \bar{G})(T(t) - \bar{T}) < 0$ سیاست گذار پولی رشد پول پایه را به گونه ای تنظیم کرده اند که تابع زیان زیر را به حداقل برساند:

$$L_m = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{ (m(t) - \bar{m})^2 + \eta(G(t) - \bar{G}) - (T(t) - \bar{T}))^2 + \theta(d(t) - \bar{d})^2 \} e^{-\rho t} dt,$$

که بر این اساس رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$L_m = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{ (m(t) - \bar{m})^2 + \eta(G(t) - \bar{G})^2 + (T(t) - \bar{T})^2 - 2\eta(G(t) - \bar{G})(T(t) - \bar{T}) + \theta(d(t) - \bar{d})^2 \} e^{-\rho t} dt. \quad (21)$$

مشابه تابع زیان سیاست‌گذار مالی، پارامترهای η و θ نشان می‌دهند که سیاست‌گذار پولی تا چه اندازه به متغیرهای کنترلی سیاست‌گذار مالی (مخارج دولت و درآمد مالیاتی) و بدهی عمومی به عنوان ابزارهای سیاستی اهمیت می‌دهد. به عبارت دیگر، این ضرایب نیز ترکیب بهینه سیاستی را از نظر سیاست‌گذار پولی تعیین می‌کنند.

۱-۲-۳- حل بازی دیفرانسیلی

سیاست‌گذار پولی در حالی که به محدودیت بودجه (معادله ۱۸)) پایبند است، به دنبال به حداقل رساندن تابع هدف خود نیز است (معادله ۲۱)). تابع همیلتونی برای این معادله را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$H_m = \frac{1}{2} [(m(t) - \bar{m})^2 + \eta(G(t) - \bar{G})^2 + \eta(T(t) - \bar{T})^2 - 2\eta(G(t) - \bar{G})(T(t) - \bar{T}) + \theta(d(t) - \bar{d})^2] e^{-\rho t} + \lambda_1(t) [rd(t) + (G(t) - T(t)) - m(t)]. \quad (22)$$

اکنون برای شرایط مرتبه اول این مساله بهینه‌سازی پویا با فرض $e^{\rho t} \lambda_1(t) = \mu_1(t)$ رابطه زیر را داریم:

$$\frac{\partial H_m}{\partial m} = 0 \rightarrow e^{-\rho t} (m(t) - \bar{m}) - \lambda_1(t) = 0 \rightarrow m(t) = \bar{m} + \mu_1(t). \quad (23)$$

بر اساس قضیه اوایلر-لاگرانژ [21]، لزوماً یک مسیر $\lambda_1^*(t)$ وجود دارد که در معادله دیفرانسیل صدق می‌کند.

$$\dot{\lambda}_1(t) = \rho \lambda_1(t) - \frac{\partial H}{\partial d} \rightarrow \dot{\lambda}_1(t) = \rho \lambda_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d}) e^{-\rho t} - r \lambda_1(t).$$

مانند بخش ۱-۱-۳ با ضرب دو طرف معادله فوق در $\lambda_1(t)$ و جایگزینی $e^{\rho t} \lambda_1(t) = \mu_1(t)$ ، معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر را به دست می‌آید:

$$\dot{\mu}_1(t) = (\rho - r) \mu_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d}). \quad (24)$$

در مقابل، سیاست‌گذار مالی (دولت) نیز در پی به حداقل رساندن تابع هدف زیان خود عمل می‌کند، که به محدودیت بودجه (۱۸) و محدودیت سیاست مالی (۲۰) بستگی دارد. تابع همیلتونی برای این سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$H_f = \frac{1}{2} [(G(t) - \bar{G})^2 + (T(t) - \bar{T})^2 - 2(G(t) - \bar{G})(T(t) - \bar{T}) + \varphi(m(t) - \bar{m})^2 + \tau(d(t) - \bar{d})^2] e^{-\rho t} + \lambda_2(t) [rd(t) + (G(t) - T(t)) - m(t)]. \quad (25)$$

$$\frac{\partial H_f}{\partial G} = 0 \rightarrow [(G(t) - \bar{G}) - (T(t) - \bar{T})] e^{-\rho t} + \lambda_2(t) = 0 \rightarrow G(t) - T(t) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t). \quad (26)$$

$$\frac{\partial H_f}{\partial T} = 0 \rightarrow [(T(t) - \bar{T}) - (G(t) - \bar{G})] e^{-\rho t} - \lambda_2(t) = 0 \rightarrow G(t) - T(t) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t). \quad (27)$$

بنابراین، شرط مرتبه اول برای سیاست‌گذار مالی را می‌توان بر اساس رابطه‌های (۲۶) و (۲۷) این گونه بیان کرد:

$$G(t) - T(t) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t). \quad (28)$$

این معادله تعادل بین مخارج کل دولت ($G(t)$) و درآمد مالیاتی ($T(t)$) را با سطح مخارج مطلوب دولت ($\bar{G}$) و سطح مطلوب درآمد مالیاتی ($\bar{T}$) نشان می‌دهد. تفاوت بین این دو متغیر توسط ضریب $\mu_2(t)$ تعدیل می‌شود. به عبارت دیگر، شرط اول بیان می‌کند که سیاست‌گذار مالی تلاش می‌کند تا تفاوت بین مخارج واقعی و هدفمند و همچنین تفاوت بین درآمدهای واقعی و هدفمند را با هم متعادل کند. این تعادل به گونه‌ای تنظیم شده است که هزینه فرصت ناشی از این انحرافات نیز در نظر گرفته شود.

با توجه به قضیه اوپلر-لاگرانژ [21] می‌توان معادلات زیر را به دست آورد:

$$\frac{\partial H_f}{\partial G} = 0 \rightarrow [(G(t) - \bar{G}) - (T(t) - \bar{T})]e^{-\rho t} + \lambda_2(t) = 0 \rightarrow$$

$$G(t) - T(t) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t).$$

با فرض $e^{\rho t} \lambda_2(t) = \mu_2(t)$ معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial H_f}{\partial G} = 0 \rightarrow [(G(t) - \bar{G}) - (T(t) - \bar{T})]e^{-\rho t} + \lambda_2(t) = 0 \rightarrow$$

$$G(t) - T(t) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t). \quad (29)$$

براساس معادله‌های (۲۳)، (۲۴)، (۲۸) و (۲۹) شرط مرتبه اول و تابع مینیمم‌سازی به صورت معادلات زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} G(t) - T(t) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t), \\ m(t) = \bar{m} + \mu_1(t), \\ \dot{\mu}_1(t) = (\rho - r)\mu_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d}), \\ \dot{\mu}_2(t) = (\rho - r)\mu_2(t) - \tau(d(t) - \bar{d}). \end{cases}$$

با جایگزین کردن توابع $G(t)$ ، $T(t)$ و $m(t)$ در معادله حالت (۱۸) و با در نظر گرفتن معادلات دیفرانسیل مرتبه اول (۲۴) و (۲۹) دستگاه

$$\frac{\partial H_f}{\partial G} = 0 \rightarrow [(G(t) - \bar{G}) - (T(t) - \bar{T})]e^{-\rho t} + \lambda_2(t) = 0 \rightarrow$$

$$G(t) - T(t) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t).$$

معادلات دیفرانسیل مرتبه اول خطی زیر را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \dot{d}(t) = rd(t) - \mu_2(t) - \mu_1(t) + \bar{G} - \bar{T} - \bar{m}, \\ \dot{\mu}_1(t) = (\rho - r)\mu_1(t) - \theta(d(t) - \bar{d}), \\ \dot{\mu}_2(t) = (\rho - r)\mu_2(t) - \tau(d(t) - \bar{d}). \end{cases} \quad (30)$$

دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه اول (۳۰) را به فرم ماتریسی زیر تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} \dot{d}(t) \\ \dot{\mu}_1(t) \\ \dot{\mu}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} r & -1 & -1 \\ -\theta & \rho - r & 0 \\ -\tau & 0 & \rho - r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d(t) \\ \mu_1(t) \\ \mu_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{G} - \bar{T} - \bar{m} \\ \theta \bar{d} \\ \tau \bar{d} \end{bmatrix}.$$

با استفاده از گزاره ۱ و قضیه ۱، دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول (۳۰) را حل کرده تا سطح تعادل بدهی عمومی، مخارج دولت، درآمد مالیاتی و پایه پولی را به دست آوریم.

$$d^e(t) = \left(d_0 + \frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - \tau \bar{d}}{\gamma_1} \right) e^{\gamma_2 t} - \frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - \tau \bar{d}}{\gamma_1}.$$

به طوری که مقادیر γ_1 و γ_2 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\gamma_1 = r^2 - r\rho + \tau + \theta.$$

$$\gamma_2 = \frac{\rho}{2} - \frac{\sqrt{\rho^2 - 4r\rho + 4r^2 + 4\tau + 4\theta}}{2}.$$

مانند بخش قبل برای تعیین سطح تعادل پایه پولی در حالت پایدار، ابتدا تابع $\mu_1^e(t)$ را با استفاده از معادله زیر به دست می‌آوریم:

$$\mu_1^e(t) = \alpha \frac{\theta}{\tau} e^{\beta_2 t} + \frac{\theta(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\gamma_1} + \frac{\theta \bar{d}(r^2 - r\rho + \tau) - \theta \bar{d}\tau}{\gamma_3}, \quad (31)$$

که در آن مقادیر α و γ_3 به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha = -\frac{1}{\tau + \theta} \tau (\gamma_2 - r) \left(d_0 + \frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - \tau \bar{d}}{\gamma_1} \right).$$

$$\gamma_3 = r^3 - 2r^2\rho + r\rho^2 + r\tau + \theta r - \tau\rho - \rho\theta.$$

$$(m^e(t) = \bar{m} + \mu_1^e(t)).$$

با استفاده از رابطه‌های (۲۳) و (۳۱) می‌توان رابطه تعادلی سیاست‌گذار پولی $(m^e(t))$ را به دست آورد.

علاوه بر این، سطوح تعادلی مخارج دولت و درآمد مالیاتی را می‌توان با استفاده از معادلات زیر تعیین کرد.

$$\mu_2^e(t) = \alpha e^{\beta_2 t} + \frac{\tau(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\gamma_1} + \frac{\bar{d}\tau(r^2 - r\rho + \theta) - \theta \bar{d}\tau}{\gamma_3}. \quad (32)$$

با در نظر گرفتن معادله (۲۸)، رابطه تعادلی کسری مالی که با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$f^e(t) = (G^e(t) - T^e(t)) = \bar{G} - \bar{T} - \mu_2(t).$$

همچنین وقتی $t \rightarrow \infty$ نرخ تعادل برای هریک از متغیرهای تعادلی از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\phi_d = -\frac{(-\rho + r)(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m}) - \theta \bar{d} - \tau \bar{d}}{\gamma_1}.$$

$$\phi_m = \bar{m} + \left(\frac{\theta(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\gamma_1} + \frac{\theta \bar{d}(r^2 - r\rho + \tau) - \theta \bar{d}\tau}{\gamma_3} \right).$$

$$\phi_f = -\left(\frac{\tau(\bar{G} - \bar{T} - \bar{m})}{\gamma_1} + \frac{\bar{d}\tau(r^2 - r\rho + \theta) - \theta \bar{d}\tau}{\gamma_3} \right) + \bar{G} - \bar{T}.$$

در روابط بالا متغیر ϕ_d بیانگر سطح تعادلی است که بدهی عمومی در درازمدت به آن میل می‌کند. به طور مشابه، ϕ_f و ϕ_m نیز به ترتیب سطوح تعادلی پایه پولی و کسری مالی را نشان می‌دهند. پارامتر γ_2 نیز سرعت حرکت اقتصاد به سمت این سطوح تعادلی را مشخص می‌کند. هرچه مقدار γ_2 بزرگ‌تر باشد، متغیرهای کنترل سریع‌تر به حالت پایدار خود می‌رسد.

۴- شبیه‌سازی عددی و تحلیل نتایج

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی عددی مدل غیرهمکارانه بین سیاست‌گذار مالی (دولت) و سیاست‌گذار پولی (بانک مرکزی) ارایه می‌شود. این نتایج بر اساس ساختار مدل‌های معرفی شده و با استفاده از پارامترهای کالیبره شده برای اقتصاد ایران به دست آمده‌اند. شبیه‌سازی عددی مدل‌های ارایه شده در بخش‌های قبلی برای تحلیل مسیرهای تعادلی استفاده می‌شود. این تحلیل‌ها بر اساس مدل‌های معرفی شده در بخش ۱-۳ و بخش ۲-۳ انجام شده و مسیرهای تعادلی با استفاده از داده‌های واقعی از یک کشور (در این مطالعه، ایران) توصیف می‌شوند. در این تحلیل، فرض بر این است که سیاست‌گذار مالی (دولت) و سیاست‌گذار پولی (بانک مرکزی) کشور مورد مطالعه، وزن یکسانی به بدهی عمومی اختصاص می‌دهند [13]. سطوح هدف متغیرهای کنترلی ($\bar{d}$ ، $\bar{T}$ ، $\bar{G}$ ، $\bar{m}$) نیز براساس میانگین نرخ‌های مشاهده شده در طول یک دوره ۲۰ ساله (۱۳۷۷ تا ۱۳۹۷) استخراج شده است. این داده‌ها از منابعی مانند بانک مرکزی ایران به دست آمده‌اند. علاوه بر این، فرض بر این است که بدهی عمومی اولیه به طور قابل توجهی از سطح بدهی هدف تعیین شده فراتر می‌رود.

برای تعیین نرخ ذهنی ترجیح زمانی (ρ) در ایران نیز از مطالعات اسلام‌لویان و استاذزاد [22] بهره گرفته شده است. این اطلاعات به ما کمک می‌کند تا درک بهتری از تاثیر سیاست‌های مالی و پولی بر روی بدهی عمومی و متغیرهای مرتبط با آن در ایران داشته باشیم.

جدول ۱- مقادیر پارامترهای مورد استفاده در مدل.

Table 1- Values of parameters used in the model.

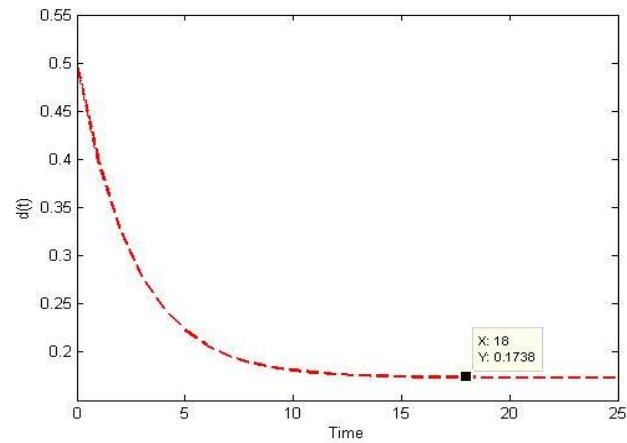
$\bar{G}$	φ	d_0	$\bar{d}$	$\bar{m}$	$\bar{T}$	r	θ	η	ρ	τ
0.19	0.05	0.5	0.2	0.1	0.16	-0.03	0.05	0.05	0.023	0.05

منبع: محاسبات نگارندگان بر اساس داده‌های بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران و الگوبرداری از اسلام‌لویان و استاذزاد [22]، محمودی نیا و همکاران [13]، انجوردا [21].

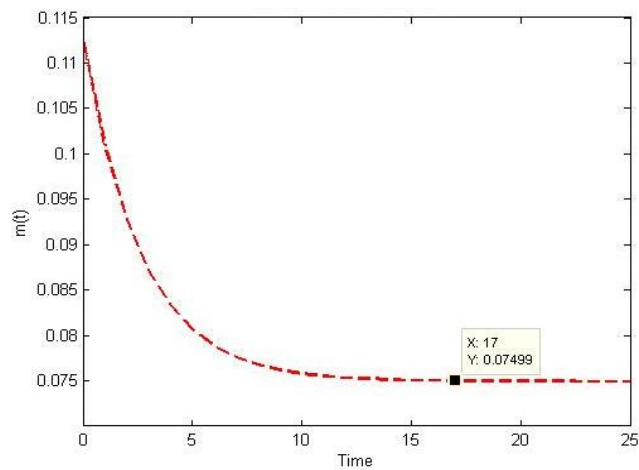
همان‌طور که در این پژوهش نشان داده شد، تعامل بین دولت و بانک مرکزی در قالب یک بازی غیرهمکارانه، به منظور دست‌یابی به ثبات بدهی دولت، منجر به یک بازی پیچیده با سه ابزار سیاستی کلیدی می‌شود: مخارج دولت، درآمدهای مالیاتی و پایه پولی. هر یک از این ابزارها، تاثیرات متقابل و پیچیده‌ای بر یکدیگر و بر کل اقتصاد می‌گذارند. یافته‌های به دست آمده از طریق شبیه‌سازی عددی غیرهمکارانه در شکل ۱ تا شکل ۵ نشان می‌دهد زمانی که دو متغیر کنترل سیاست‌گذار مالی (درآمد مالیاتی و مخارج دولت) به طور مستقل در توابع زیان (۵) و (۶) گنجانده شده‌اند سطح نرخ بدهی عمومی تعادلی (پایدار) ۱۷۳٪ است و سرعت (نرخ) همگرایی به سمت تعادل ۳۷۸٪ است. علاوه بر این، در حالت پایدار، مخارج دولت، درآمد مالیاتی و پایه پولی به ترتیب در نرخ‌های ۲۱۵٪، ۱۳۵٪ و ۷۵٪ به تعادل می‌رسند، و کسری مالی دولت (تفاوت بین مخارج دولت و درآمد مالیاتی) در ۸٪ ثابت می‌ماند.

توابع تعادل به دست آمده از شبیه‌سازی عددی در حالت غیرهمکارانه با دو متغیر کنترلی مستقل سیاست‌گذار مالی ($T(t)$ و $G(t)$) به صورت زیر است:

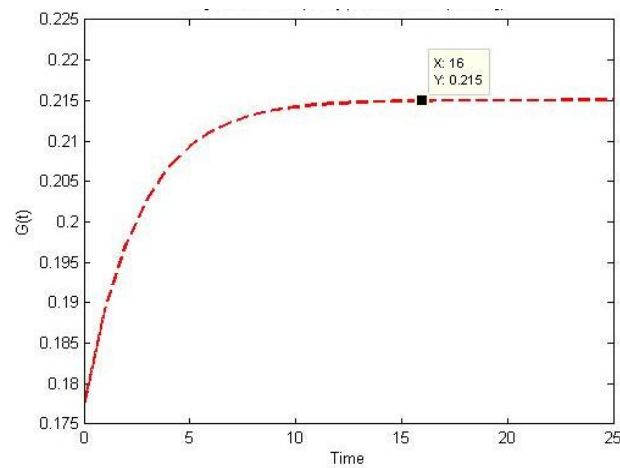
$$\begin{aligned}d^e(t) &= (0.326571)e^{(-0.378015t)} + 0.173828, \\m^e(t) &= (0.037884)e^{(-0.378015t)} + 0.074932, \\G^e(t) &= (-0.037884)e^{(-0.378015t)} + 0.215067, \\T^e(t) &= (0.037884)e^{(-0.378015t)} + 0.134932, \\G^e(t) - T^e(t) &= (-0.075768)e^{(-0.378015t)} + 0.080.\end{aligned}$$



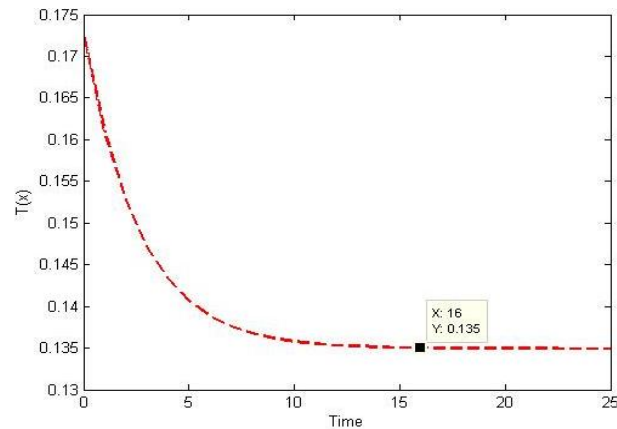
شکل ۱- نمودار تابع تعادلی بدهی عمومی (منبع: یافته‌های پژوهش).
Figure 1- Public debt equilibrium function diagram (Source: Research findings).



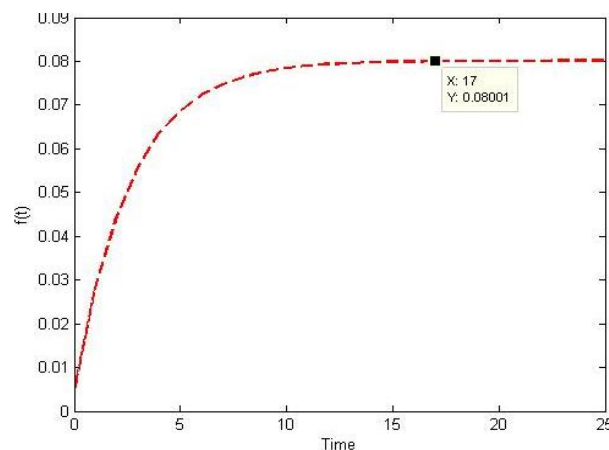
شکل ۲- نمودار تابع تعادلی پایه پولی (منبع: یافته‌های پژوهش).
Figure 2- Diagram of the equilibrium monetary base function (Source: Research findings).



شکل ۳- نمودار تابع تعادلی مخارج دولت (منبع: یافته‌های پژوهش).
Figure 3- Diagram of the equilibrium function of government spending (Source: Research findings).



شکل ۴- نمودار تابع تعادلی درآمد مالیاتی (منبع: یافته های پژوهش).
Figure 4- Tax revenue equilibrium function diagram
(Source: Research findings).



شکل ۵- نمودار تابع تعادلی کسری مالی (منبع: یافته های پژوهش).
Figure 5- Fiscal deficit equilibrium function diagram
(Source: Research findings).

شکل ۱ مسیر تعادلی بدهی عمومی را نشان می دهد که از سال هجدهم به بعد به سطح تعادلی ۰/۱۷۴ هم گرا می شود. شکل ۲ مربوط به پایه پولی است که به عنوان ابزار سیاست پولی شناخته می شود و از سال هجدهم به مقدار تعادلی ۰/۰۷۵ می رسد. شکل ۳ مسیر مخارج دولت را ترسیم می کند که از سال شانزدهم در سطح پایدار ۰/۲۱۵ تثبیت می شود. شکل ۴ مسیر تعادلی درآمدهای مالیاتی را نمایش می دهد که از سال شانزدهم در سطح ۰/۱۳۵ قرار می گیرد. نهایتاً، شکل ۵ روند کسری مالی دولت (تفاضل مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی) را نشان می دهد که از سال هجدهم به سطح تعادلی ۰/۰۸ همگرا می شود.

در رویکرد دوم (بخش ۲-۳)، فرض شده است که دو متغیر کنترلی سیاست گذار مالی، یعنی مخارج دولت و درآمد مالیاتی، به صورت یک متغیر ترکیبی به نام "کسری مالی" در تابع زیان گنجانده شده اند (رابطه های (۲۰) و (۲۱)). این مدل به ما امکان می دهد تا اثر ترکیبی سیاست های مالی را بر پویایی بدهی عمومی ارزیابی کنیم. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که در وضعیت تعادلی، بدهی عمومی در سطح ۰/۱۶۰ تثبیت می شود، در حالی که نرخ همگرایی به تعادل ۰/۳۰۷ شده است. همچنین، پایه پولی در سطح ۰/۰۶۲ و کسری مالی دولت در مقدار پایدار ۰/۰۶۷ قرار می گیرد. توابع تعادل به دست آمده از شبیه سازی عددی در حالت غیرهمکارانه با دو متغیر کنترلی وابسته سیاست گذار مالی ($G(t)$ و $T(t)$) را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$d^e(t) = (0.339649)e^{(-0.307439t)} + 0.160350.$$

$$m^e(t) = (0.037884)e^{(-0.307439t)} + 0.062594.$$

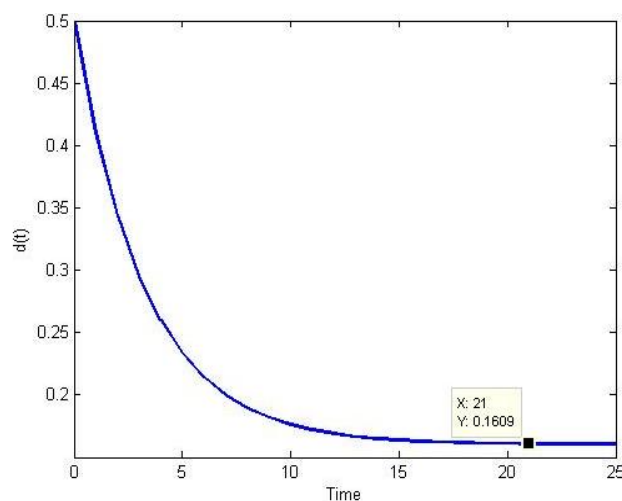
$$f^e(t) = G^e(t) - T^e(t) = (-0.047116)e^{(-0.307439t)} + 0.067405.$$

۱. $d^e(t)$ نشان‌دهنده مسیر تعادلی بدهی عمومی در طول زمان است.

۲. $m^e(t)$ مسیر تعادلی پایه پولی را مشخص می‌کند.

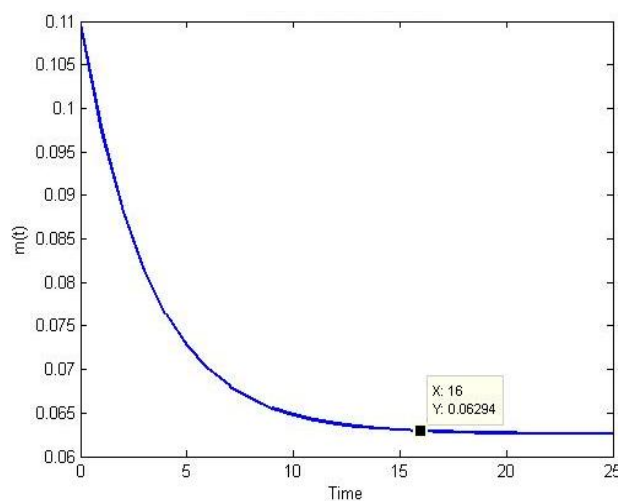
۳. تفاوت $f^e(t) = G^e(t) - T^e(t)$ ، کسری مالی دولت (تفاضل مخارج از درآمد مالیاتی) است.

ضریب نمایی $e^{(-0.307439t)}$ بیانگر سرعت هم‌گرایی به تعادل در طول زمان است، به‌گونه‌ای که متغیرها به ترتیب به سطوح تعادلی ۰/۱۶۰، ۰/۰۶۲ و ۰/۰۶۷ میل می‌کنند. این مدل نشان می‌دهد که سیستم اقتصادی با نرخ همگرایی تقریباً ۰/۳۰۷۴۳۹ به وضعیت پایدار نزدیک می‌شود.



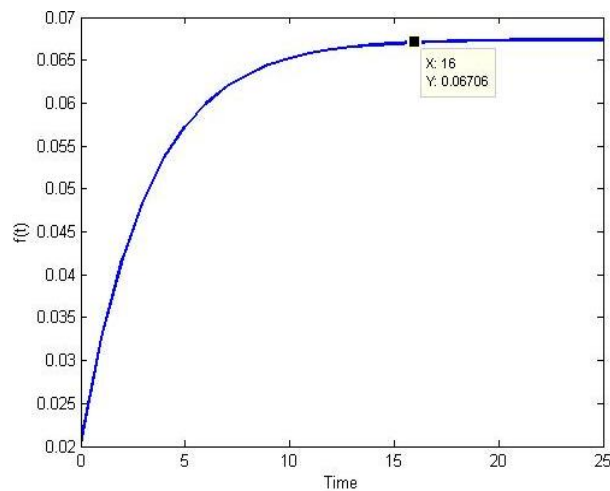
شکل ۶- نمودار تابع تعادلی بدهی عمومی (منبع: یافته‌های پژوهش).

Figure 6- Public debt equilibrium function diagram (source: Research findings).



شکل ۷- نمودار تابع تعادلی پایه پولی (منبع: یافته‌های پژوهش).

Figure 7- Public debt equilibrium function diagram (source: Research findings).

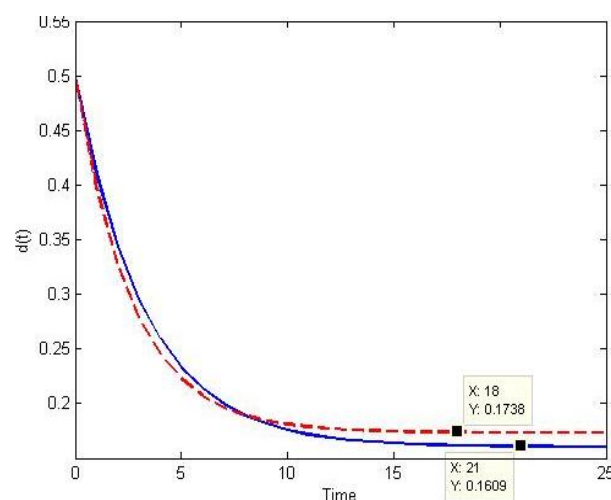


شکل ۸- نمودار تابع تعادلی کسری مالی (منبع: یافته های پژوهش).

Figure 8- Fiscal deficit equilibrium function diagram (source: Research findings).

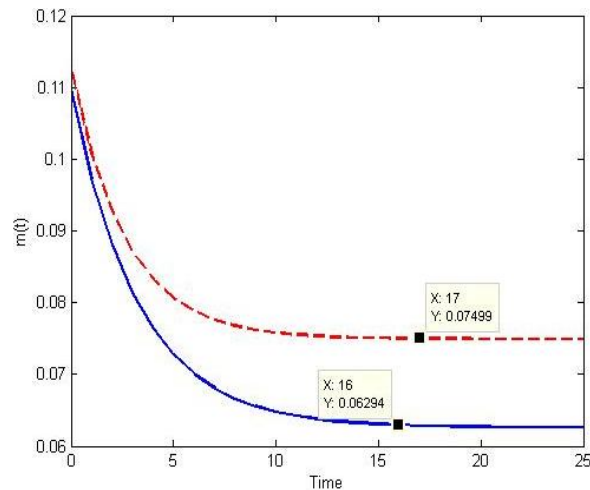
شکل ۶ تابع تعادل بدهی عمومی است که از سال ۲۱ ام به نرخ تعادل ۰/۱۶۰ می رسد به طور مشابه، نمودار ۷، تابع تعادل سیاست پولی (عرضه پول) را نشان می دهد که از سال ۱۶ ام به بعد به نرخ تعادل ۰/۰۶۲ می رسد. شکل ۸ کسری مالی دولت (تفاوت بین مخارج دولت و درآمد مالیاتی) را نشان می دهد که از سال ۱۶ ام به نرخ تعادل ۰/۰۶۷ می رسد.

یافته های شبیه سازی عددی نشان می دهد که در حالت غیرهمکارانه، وقتی درآمد مالیاتی و مخارج دولت به صورت مستقل از هم در مدل وارد می شوند، بدهی عمومی در سطح تعادلی ۰/۱۷۳، کسری مالی در ۰/۰۸ و پایه پول در ۰/۷۵ تثبیت می گردد. اما در حالتی که این دو متغیر با در نظر گرفتن وابستگی متقابل آن ها مدل سازی شوند، مقادیر تعادلی آن ها به ترتیب به ۰/۱۶۰، ۰/۰۶۷ و ۰/۰۶۲ کاهش می یابد. این تفاوت ها حاکی از آن است که لحاظ کردن تعامل درون زای میان اجزای سیاست مالی نه تنها پایداری بدهی را تقویت می کند، بلکه موجب کاهش نیاز به افزایش پایه پولی و بهبود وضعیت مالی دولت می شود. بنابراین، تدوین سیاست های مالی مبتنی بر ساختار وابسته و هماهنگ، در مقایسه با رویکردهای مستقل، نتایج مطلوب تری در جهت ثبات اقتصادی به همراه خواهد داشت.

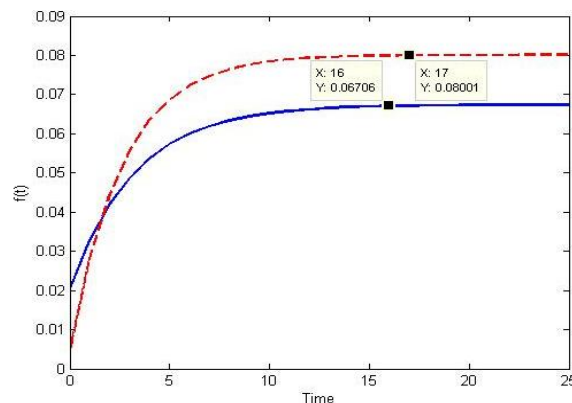


شکل ۹- مقایسه نمودارهای تعادلی بدهی عمومی (منبع: یافته های پژوهش).

Figure 9- Comparison of public debt equilibrium diagrams (source: Research findings).



شکل ۱۰- مقایسه نمودارهای تعادلی پایه پولی (منبع: یافته‌های پژوهش).
Figure 10 - Comparison of monetary base equilibrium diagrams (source: Research findings).



شکل ۱۱- مقایسه نمودارهای تعادلی کسری مالی (منبع: یافته‌های پژوهش).
Figure 11- Comparison of fiscal deficit balance charts (source: Research findings).

۴-۱- مقایسه نتایج تعادل در ساختارهای مختلف بازی میان دولت و بانک مرکزی (غیرهمکارانه، همکارانه و استکالبرگ)

در ادبیات نظری مربوط به تعامل میان دولت و بانک مرکزی، نوع ساختار بازی میان این دو نهاد تاثیر قابل توجهی بر نتایج کلان اقتصادی دارد. سه حالت رایج از این تعاملات عبارت‌اند از: بازی غیرهمکارانه، بازی همکارانه و بازی استکالبرگ. در بازی غیرهمکارانه، هر بازیگر مستقل از دیگری و بدون هماهنگی سیاست‌گذاری می‌کند. در بازی همکارانه، سیاست‌گذاران با هدف مشترک و به صورت هم‌راستا تصمیم‌گیری می‌کنند. در بازی استکالبرگ نیز یکی از بازیگران (معمولاً دولت) به‌عنوان رهبر و دیگری (بانک مرکزی) به‌عنوان پیرو رفتار می‌کند، و تصمیمات خود را با پیش‌بینی واکنش طرف مقابل اتخاذ می‌نماید.

در این بخش از مقاله، به‌منظور ارزیابی بهتر پویایی درون‌زای مدل و افزایش غنای تحلیلی پژوهش، نتایج حاصل از حل مدل در سه ساختار مذکور با یکدیگر مقایسه شده‌اند [23-26]. این مقایسه هم در سناریوی استقلال ابزارهای مالی دولت (مخارج و مالیات به‌صورت جداگانه) و هم در حالت وابستگی آن‌ها (در قالب کسری مالی) انجام شده است. شاخص‌های مورد بررسی شامل کسری مالی، پایه پولی، سطح بدهی عمومی و سرعت هم‌گرایی به تعادل می‌باشند.

وقتی دو متغیر کنترلی درآمدهای مالیاتی و مخارج دولت به صورت وابسته و در قالب کسری مالی در مدل قرار می‌گیرند:

جدول ۲- دو متغیر کنترلی درآمدهای مالیاتی و مخارج دولت به صورت وابسته و در قالب کسری مالی.

Table 2- Two control variables: Tax revenues and government expenditures, as dependent variables and in the form of fiscal deficit.

عنوان متغیر کنترلی	بازی غیر همکارانه	بازی همکارانه	بازی استکالبرگ
کسری مالی	0.067	0.061	0.034
انتشار پول	0.062	0.068	0.029
بدهی عمومی	0.161	0.179	0.162
سرعت هم گرایی به سمت تعادل	0.3074	0.4246	0.433

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۳- دو متغیر کنترلی درآمدهای مالیاتی و مخارج دولت به صورت مستقل.

Table 3- Two independent control variables of tax revenues and government expenditures.

عنوان متغیر کنترلی	بازی غیر همکارانه	بازی همکارانه	بازی استکالبرگ
کسری مالی	0.08	0.072	0.037
انتشار پول	0.074	0.078	0.032
بدهی عمومی	0.173	0.186	0.164
سرعت هم گرایی به سمت تعادل	0.378	0.524	0.497

منبع: یافته‌های پژوهش

نتایج این مقایسه نشان می‌دهد که بازی استکالبرگ، که در آن دولت نقش رهبر و بانک مرکزی نقش پیرو را دارد، در هر دو ساختار سیاست مالی (مستقل یا وابسته)، بهترین عملکرد را از نظر پایداری مالی و سرعت همگرایی به تعادل ارایه می‌دهد. در این حالت، مقدار تعادلی بدهی عمومی پایین‌تر، کسری مالی و انتشار پول کمتر است.

این یافته‌ها نشان می‌دهد که طراحی نهادی به گونه‌ای که امکان شکل‌گیری روابط رهبری-پیروی میان نهادهای مالی و پولی فراهم شود (ولی به صورت ضمنی)، می‌تواند از کارآمدی بالاتری نسبت به ساختارهای صرفاً رقابتی یا حتی همکارانه برخوردار باشد. چنین بینشی برای کشورهای نظیر ایران که با چالش بدهی عمومی، ناهماهنگی سیاست‌گذاری و تورم مزمن روبه‌رو هستند، حایز اهمیت می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

یکی از ارکان اساسی در حفظ ثبات اقتصاد کلان، کنترل و پایداری بدهی عمومی است؛ هدفی که تنها از طریق تعامل موثر و هماهنگ میان سیاست‌های مالی و پولی قابل تحقق است. در مدل پیشنهادی این مطالعه، تأثیر هم‌زمان سه متغیر کلیدی، درآمد مالیاتی، مخارج دولت و پایه پولی بر پویایی بدهی عمومی مورد بررسی قرار گرفت. زمانی که توازن میان درآمدهای مالیاتی و هزینه‌های دولت برقرار نباشد، کسری بودجه شکل می‌گیرد و دولت ناگزیر به استقراض بیشتر می‌شود. این روند فشار صعودی بر نرخ بهره وارد کرده و در صورت مدیریت ناکارآمد، زمینه‌ساز افزایش تورم خواهد بود. به‌ویژه اگر مخارج دولت بدون پشتوانه درآمدی کافی افزایش یابد، این عدم تعادل منجر به رشد شتابان بدهی و تضعیف ثبات اقتصادی می‌شود. برای دستیابی به پایداری بدهی، دولت باید میان اجزای سیاست مالی خود یعنی درآمد و هزینه هماهنگی ایجاد کند و این تصمیمات را در چارچوبی یکپارچه اتخاذ نماید. از طرف دیگر، بانک مرکزی نیز باید با کنترل حجم پایه پولی، از بروز تورم ناشی از تامین مالی کسری بودجه جلوگیری کند. در این چارچوب، هماهنگی میان نهادهای سیاست‌گذار اهمیت بسزایی دارد و نقش حیاتی در حفظ تعادل اقتصادی ایفا می‌کند.

مطالعه حاضر با بهره‌گیری از مدل‌سازی اقتصادی در حوزه بازی‌های دیفرانسیلی نشان می‌دهد که هماهنگی سیاست‌های مالی و پولی، به‌عنوان یک استراتژی موثر در مدیریت بدهی عمومی و کاهش کسری بودجه، می‌تواند ایفای نقش نماید. در این چارچوب، دولت با تنظیم دقیق و ایجاد ارتباط مستقیم و کارا بین دو ابزار اصلی سیاست مالی خود یعنی مخارج دولتی و درآمدهای مالیاتی، به گونه‌ای که به هم وابسته باشند، می‌تواند بر پایداری مالی اقتصاد اثرگذار باشد. از سوی دیگر، بانک مرکزی به‌عنوان نهاد سیاست‌گذار پولی، با به کارگیری ابزارهایی مانند کنترل پایه پولی، می‌تواند از سیاست‌های مالی دولت حمایت کرده و به کاهش سطح بدهی عمومی کمک نماید. به عبارت دیگر، هماهنگی سیاست‌های مالی و پولی، با ایجاد

یک رویکرد جامع و هماهنگ در مدیریت اقتصاد کلان، می‌تواند به بهبود وضعیت مالی دولت، کاهش ریسک‌های ناشی از نوسانات اقتصادی و در نهایت، ارتقای رفاه اقتصادی جامعه کمک نماید.

هنگامی که دولت با کسری بودجه مواجه می‌شود، به منظور بهبود وضعیت مالی خود، به دنبال بهینه‌سازی ترکیب متغیرهای کنترل‌کننده سیاست‌های مالی یعنی مخارج دولت و درآمدهای مالیاتی است. با این رویکرد، دولت تلاش می‌کند تا با کاهش وابستگی به سیاست‌های پولی انبساطی بانک مرکزی و در راستای کنترل رشد بدهی عمومی، به پایداری مالی دست یابد. این امر نشان‌دهنده تلاش دولت برای ایفای نقش مسئولانه در مدیریت اقتصاد کلان است. در واقع، نتایج شبیه‌سازی عددی نشان‌دهنده تاثیر قابل توجه هماهنگی هر چه بیشتر متغیرهای کنترل مرتبط مورد استفاده توسط دولت در بهینه‌سازی اهداف آن است. با هماهنگی استراتژیک سیاست‌های پولی و مالی، دولت به طور موثری اثربخشی این متغیرهای کنترل را افزایش می‌دهد. قابل ذکر است که این امر منجر به کاهش فشار مالی می‌شود که هم در کسری بودجه و هم در سطح بدهی عمومی دیده می‌شود. علاوه بر این، نیاز بانک مرکزی به استفاده از چاپ پول نیز به طور چشمگیری کاهش یافته است. این یافته‌ها حاکی از آن است که هماهنگی بیشتر سیاست‌های مالی دولت (درآمد مالیاتی و مخارج دولت) در تقابل با سیاست گذار پولی می‌تواند به کاهش بدهی عمومی، بهبود پایداری مالی و کاهش انتشار پول و پیرو آن کنترل تورم و نقدینگی کمک کند. در نتیجه، سیاست‌گذاران می‌توانند با طراحی سازوکارهایی برای تقویت همکاری بین دولت و بانک مرکزی، به نتایج بهینه‌تری در مدیریت اقتصاد کلان دست یابند.

همچنین ساختار تعامل میان دولت و بانک مرکزی تاثیر معناداری بر نتایج تعادلی دارد. مقایسه نتایج به دست آمده از شبیه سازی عددی میان بازی‌های غیرهمکارانه، همکارانه و استکالبرگ نشان می‌دهد که در حالت استکالبرگ که در آن دولت نقش رهبر و بانک مرکزی نقش پیرو را ایفا می‌کند عملکرد بهتری از نظر کاهش کسری بودجه، کنترل پایه پولی، تثبیت بدهی عمومی مشاهده می‌شود. این یافته‌ها بیانگر آن است که وجود یک نظم سلسله‌مراتبی در فرآیند تصمیم‌گیری میان سیاست‌گذاران می‌تواند به هدایت پویای اقتصاد کلان در مسیر پایداری مالی کمک کند. از این رو، طراحی نهادی که امکان اعمال رهبری راهبردی دولت را در کنار حفظ استقلال بانک مرکزی فراهم کند، می‌تواند راهکاری موثر برای بهبود مدیریت بدهی عمومی در کشورهایی مانند ایران باشد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از تمامی افراد موثر در انجام این پژوهش قدردانی می‌نمایند.

منابع مالی

این پژوهش بدون حمایت مالی انجام شده است.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع گزارش نشده است.

منابع

- [1] Tabellini, G. (1986). Money, debt and deficits in a dynamic game. *Journal of economic dynamics and control*, 10(4), 427–442. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(86\)80001-X](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(86)80001-X)
- [2] Petit, M. L. (1989). Fiscal and monetary policy co-ordination: A differential game approach. *Journal of applied econometrics*, 4(2), 161–179. <https://doi.org/10.1002/JAE.3950040205>
- [3] Chibi, A., Zahaf, Y., & Chekouri, S. M. (2024). Strategic interaction between monetary and fiscal policy in Algeria: A game theory approach. *International journal of business and economic studies*, 6(4), 262–280. <https://doi.org/10.54821/uiecd.1539098>
- [4] Nguyen, T. A., & Luong, T. T. (2021). Fiscal policy, institutional quality, and public debt: Evidence from transition countries. *Sustainability*, 13(19), 10706. <https://doi.org/10.3390/su131910706>
- [5] Nikooeinejad, Z., Heydari, M., Saffarzadeh, M., Lohmani, G. B., & Engwerda, J. (2022). Numerical simulation of non-cooperative and cooperative equilibrium solutions for a stochastic government debt stabilization game. *Computational economics*, 59(2), 775–801. <https://doi.org/10.1007/s10614-021-10109-6>

- [6] Haj Amini, M. (2019). Qualitative meta-analysis of the role of budget reforms in curbing chronic moderate inflation in the Iranian economy. *Iranian economic research*, 24(80), 151-202. **(In Persian)**. <https://www.sid.ir/paper/394571>
- [7] Adrian, T., Gaspar, V., & Gourinchas, P. O. (2024). *The fiscal and financial risks of a high-debt, slow-growth world*. <https://www.imf.org/en/blogs/articles/2024/03/28/the-fiscal-and-financial-risks-of-a-high-debt-slow-growth-world>
- [8] Alesina, A., & Tabellini, G. (1987). Rules and discretion with noncoordinated monetary and fiscal policies. *Economic inquiry*, 25(4), 619–630. <https://doi.org/10.1111/j.1465-7295.1987.tb00764.x>
- [9] van Aarle, B., Lans Bovenberg, A., & Raith, M. G. (1997). Is there a tragedy of a common central bank? A dynamic analysis. *Journal of economic dynamics and control*, 21(2), 417–447. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(96\)00939-6](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(96)00939-6)
- [10] Van Den Broek, W. A. (2002). Moving horizon control in dynamic games. *Journal of economic dynamics and control*, 26(6), 937–961. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(01\)00004-5](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(01)00004-5)
- [11] Engwerda, J., van Aarle, B., Plasmans, J., & Weeren, A. (2013). Debt stabilization games in the presence of risk premia. *Journal of economic dynamics and control*, 37(12), 2525–2546. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2013.06.008>
- [12] Engwerda, J., Mahmoudinia, D., & Dalali Isfahani, R. (2016). Government and central bank interaction under uncertainty: A differential games approach. *Iranian economic review*, 20(2), 225–259. [10.22059/ier.2016.58801](https://doi.org/10.22059/ier.2016.58801)
- [13] Mahmoudinia, D., Dallali Esfahani, R., Engwerda, J., & Bakhshi Dastjerdi, R. (2016). Game theory and its role in determining optimal policies and strategic interaction between fiscal and monetary policymakers (application of differential game theory and stackelberg games). *Journal of applied economics studies in Iran*, 5(18), 1-34. **(In Persian)**. <https://doi.org/10.22084/aes.2016.1492>
- [14] Anevlaivis, T., Papavassilopoulos, G., Engwerda, J., & Van Aarle, B. (2019). Debt stabilization in the presence of endogenous risk premia: A dynamic game approach. *Macroeconomic dynamics*, 23(7), 2616–2648. <https://doi.org/10.1017/S1365100517000906>
- [15] Mavrodimitrakis, C. (2022). Debt stabilization and financial stability in a monetary union: Market versus authority-based preventive solutions. *International journal of finance & economics*, 27(2), 2582–2599. <https://doi.org/10.1002/ijfe.2288>
- [16] Li, Z., Marelli, D., Fu, M., & Zhang, H. (2023). LQG differential stackelberg game under nested observation information patterns. *IEEE transactions on automatic control*, 68(8), 5111–5118. <https://doi.org/10.1109/TAC.2022.3217268>
- [17] Chafwehé, B., Oikonomou, R., Priftis, R., & Vogel, L. (2023). Optimal monetary policy with and without debt. *LIDAM discussion paper ires*. <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/277596/1/vfs-2023-pid-86311.pdf>
- [18] Stawska, J., Malaczewski, M., Malaczewska, P., & Stawasz-Grabowska, E. (2023). The central bank or the government – who really dictates the terms of the policy-mix cooperation in economies with an independent monetary policy? *Economic research-ekonomska Istraživanja*, 36(2), 2142258. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2022.2142258>
- [19] Bianchi, J., & Coulibaly, L. (2024). *Financial integration and monetary policy coordination*. <https://doi.org/10.3386/w32009>
- [20] Jackson, A., & Jackson, T. (2025). Public debt and the post-growth challenge: the case for a flexible monetary and fiscal policy framework. *Guildford: Centre for the understanding of sustainable prosperity*, 43. <https://mapsresearch.eu/publications/public-debt-and-the-post-growth-challenge-the-case-for-a-flexible-monetary-and-fiscal-policy-framework/>
- [21] Engwerda, J. (2005). *LQ dynamic optimization and differential games*. Wiley & Sons. <https://www.academia.edu/download/83837318>
- [22] Eslamloueyan, K., & Ostadza, A. H. (2014). Estimating the rate of time preference for Iran: A recursive algorithm. *Journal of economic research (tahghighat- E- Eghtesadi)*, 49(2), 267-294. **(In Persian)**. <https://doi.org/10.22059/jte.2014.51794>
- [23] Shahbaie, B., & Bahiraie, A. (2026). Interaction between the government and the central bank to stabilize public debt: A Differential game approach. *Computational economics*. <https://doi.org/10.1007/s10614-025-11237-z>
- [24] Shahbaie, B., & Bahiraie, A. (2025). Stabilizing public debt through a Stackelberg game between government and central bank: A differential game-theoretic approach. *Journal of dynamics and games*. 1-31. <https://doi.org/10.3934/jdg.2026005>
- [25] shahbaie, behzad, & Bahiraie, A. (2025). Non-cooperative interactions between government and central bank in public debt management: A differential games approach. *Macroeconomics research letter*, 20(46), 73–106. <https://doi.org/10.22080/mrl.2025.27630.2109>
- [26] Shahbaie, B., & Bahiraie, A. (2025). Fiscal and monetary equilibrium: A differential game between the government and the central bank. *Analytical and Numerical Solutions for Nonlinear Equations*, 9(1), 133-149. <https://doi.org/10.22128/ansne.2025.968.1131>